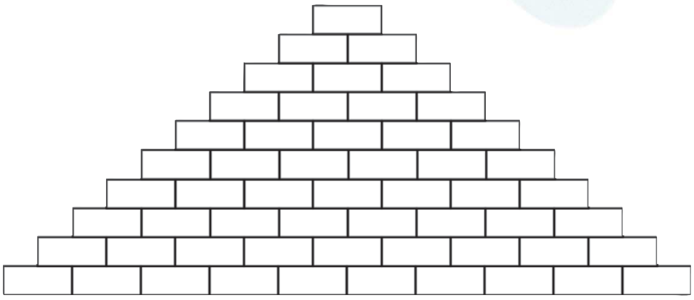
Bab III

Barisan dan Deret

Sumber: *Mesir Kuno*

Piramida Besar "Khufu"

Peradaban bangsa Mesir telah menghasilkan satu peninggalan bersejarah yang diakui dunia sebagai salah satu dari tujuh keajaiban dunia, yaitu piramida. Konstruksi serta keunikan dari piramida membuat bangunan yang dibangun pada 2500 SM menjadi salah satu objek menarik untuk diteliti. Secara sederhana konstruksi bangunan piramida digambarkan sebagai berikut.

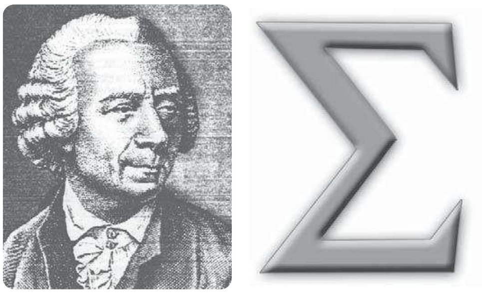


Perhatikan perubahan jumlah batu bata pada setiap tingkatan piramida. Batu bata selalu berkurang satu buah pada setiap tingkatan, sehingga banyaknya batu bata yang tersusun dapat dituliskan sebagai urutan bilangan 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1. Perhatikan bahwa selisih antarsuku yang satu dengan suku sebelumnya besarnya sama.

Selanjutnya, bagaimana dengan barisan yang sukunya merupakan hasil perkalian dari suku-suku sebelumnya? Kemudian, bagaimana menghitung jumlah setiap suku pada suatu barisan? Untuk menjawab pertanyaan tersebut terlebih dahulu kita pelajari uraian materi pada bab berikut.

Kegiatan Belajar 1

Pola, Barisan, dan Deret Bilangan



Sumber: *Ensiklopedia Matematika dan Peradaban Manusia*

Leonhard Euler dan simbol sigma

Ilmu Matematika merupakan ilmu eksakta yang paling banyak menggunakan simbol. Hal ini bertujuan untuk memudahkan penghitungan dan meringkas penulisan angka atau bilangan yang terlalu banyak. Salah satu simbol yang digunakan di dalam matematika adalah **sigma**, yang disimbolkan dengan ”Σ”. Penggunaan notasi sigma pertama kali dikenalkan oleh seorang ahli matematika dari Swiss bernama *Leonhard Euler* (1701–1783). Notasi yang merupakan huruf Yunani ini banyak berperan di dalam ilmu statistika. Bagaimana melakukan operasi perhitungan dengan menggunakan notasi sigma? Sifat-sifat apa saja yang dimiliki oleh sigma? Untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan tersebut terlebih dahulu kita pelajari uraian berikut.

Uraian Materi

A. Pola Bilangan, Barisan, dan Deret

Perlu Tahu

Contoh barisan:
Barisan bilangan ganjil:
1, 3, 5, 7, 11, . . .
Barisan bilangan genap:
2, 4, 6, 8, 10, . . .
Barisan bilangan kuadrat:
1, 4, 9, 16, . . .

1. Barisan

Barisan adalah kumpulan bilangan yang disusun menurut suatu pola tertentu. Suku umumnya dilambangkan dengan $\boldsymbol{U_n}$, dengan $\boldsymbol{n}$ menunjukkan nomor urut suku. Suku-suku suatu barisan merupakan pemetaan dari himpunan bilangan asli ke himpunan suku-suku barisan:

$$f : n \rightarrow \boldsymbol{U_n}$$

dengan $U_n = f(n)$ dan $n \in A = \{1, 2, 3 \ldots\}$. Rumus umum untuk mencari suku-suku suatu barisan disebut **pola bilangan**.

Contoh:

Tentukan pola bilangan untuk mencari suku-suku barisan berikut!

a. 0, 1, 2, 3, 4, . . .
b. 1, 3, 9, 27, 81, . . .
c. 4, 9, 16, 25, . . .

Penyelesaian:

a. $U_1 = 0 \rightarrow 1 - 1$
$U_2 = 1 \rightarrow 2 - 1$
$U_3 = 2 \rightarrow 3 - 1$
$\vdots$
Diperoleh $U_n = n - 1$

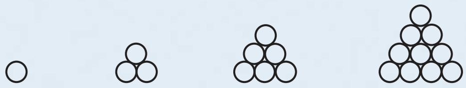
b. $U_1 = 1 \rightarrow 3^{1-1}$
$U_2 = 3 \rightarrow 3^{2-1}$
$U_3 = 9 \rightarrow 3^{3-1}$
$\vdots$
Diperoleh $U_n = 3^{n-1}$

c. $U_1 = 4 \rightarrow (1 + 1)^2$
$U_2 = 9 \rightarrow (2 + 1)^2$
$U_3 = 16 \rightarrow (3 + 1)^2$
$\vdots$
Diperoleh $U_n = (n + 1)^2$

Aplikasi

Perhatikan gambar dan urutan bilangan di bawah ini.

1. Banyaknya lingkaran di bawah: 1, 3, 6, 10, ...



Penyelesaian:

Dari barisan tersebut dapat diperoleh:

$U_1 = 1 \rightarrow \frac{1 \times 2}{2}$ $\qquad$ $U_3 = 6 \rightarrow \frac{3 \times 4}{2}$

$U_2 = 3 \rightarrow \frac{2 \times 3}{2}$ $\qquad$ $U_4 = 10 \rightarrow \frac{4 \times 5}{2}$

Sehingga suku ke-n adalah $U_n = \frac{n(n+1)}{2}$.

2. Urutan bilangan pada kolom ke-3 kalender bulan Februari 2007: 6, 13, 20, 27.

Penyelesaian:

$U_1 = 6 \rightarrow (7 \cdot 1 - 1)$

$U_2 = 13 \rightarrow (7 \cdot 2 - 1)$

$U_3 = 20 \rightarrow (7 \cdot 3 - 1)$

$U_4 = 27 \rightarrow (7 \cdot 4 - 1)$

Jadi, rumus penanggalan bulan Februari 2007 pada kolom ke-3 adalah $U_n = (7n - 1)$. Rumus ini berlaku juga pada penanggalan bulan-bulan yang lain.

2. Deret

Deret adalah penjumlahan suku-suku suatu barisan bilangan. Dengan kata lain, jika $U_1, U_2, U_3, \ldots, U_n$ adalah barisan bilangan maka bentuk $U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n$ disebut **deret**. Jumlah n suku pertama dalam suatu deret dinyatakan dengan:

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n$$

Contoh:

Nyatakan barisan pada contoh (di halaman 76) dalam bentuk deret!

Penyelesaian:

a. $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + \ldots$

b. $1 + 3 + 9 + 27 + 81 + \ldots$

c. $4 + 9 + 16 + 25 + \ldots$

Latihan 1

Kerjakan soal-soal berikut!

1. Tulislah lima suku berikutnya dari barisan di bawah ini!
   a. 5, 9, 13, 17, . . .
   b. 80, 76, 72, 68, . . .
   c. 2, 5, 10, 17, 26, . . .
   d. 1, 4, 9, 16, . . .
   e. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \ldots$

2. Tulislah 5 suku pertama dari soal berikut ini!

   a. $U_n = 2^n - 1$ b. $U_n = \frac{3n-1}{3n+1}$

3. Carilah rumus suku ke-n dari barisan bilangan berikut!

   a. 99, 96, 93, . . . c. $1, \frac{2}{3}, 2, \frac{5}{2}, \ldots$

   b. 3, 9, 27, . . . d. 1, –1, 1, –1, . . .

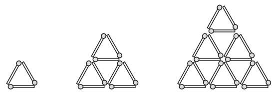
4. Tentukan 5 suku pertama dari barisan berikut!

   a. $U_1 = 5,\ U_n = U_{n-1} + 10$

   b. $U_1 = 5,\ U_2 = 6,\ U_n = U_{n-1} + U_{n-2}$

   c. $U_1 = 1,\ U_2 = 2,\ U_n = (U_{n-1} - U_{n-2})^2$

5. Batang-batang korek api disusun sehingga membentuk kerangka seperti ditunjukkan pada gambar berikut.



Perhatikan gambar di atas dan lengkapi tabel berikut!

Kerangka	1	2	3	4	5
Banyaknya korek api					

Ada berapa batang korek api yang dibutuhkan untuk membentuk kerangka ke-10?

Ada berapa batang korek api yang dibutuhkan untuk membentuk kerangka ke-n?

B. Notasi Sigma

1. Pengertian Notasi Sigma

Notasi sigma adalah suatu cara untuk menyatakan bentuk penjumlahan yang singkat dan dilambangkan dengan ”Σ” (dibaca: ”sigma”), yaitu huruf Yunani pertama. Selain itu notasi tersebut juga berasal dari kata ”SUM” yang berarti **jumlah**.

Diketahui deret $S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n$. Jika data tersebut dinyatakan dalam notasi sigma diperoleh:

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} U_i = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n$$

Contoh:

1. Diberikan barisan $U_n = 2n^2 - 1$.

   a. Nyatakan dalam bentuk deret!

   b. Nyatakan jumlah 6 suku pertama dalam bentuk notasi sigma!

   Penyelesaian:

   a. 1 + 7 + 17 + 31 + 49 + 71 + . . .

   b. $S_6 = \sum_{n=1}^{6} (2n^2 - 1)$

2. Hitunglah!

   a. $\sum_{n=1}^{10} n$ c. $\sum_{n=1}^{4} (2^n - 1)$

   b. $\sum_{n=2}^{5} (n-1)(n+1)$

Info

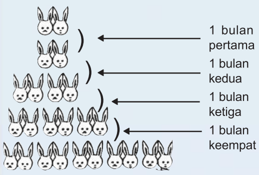
Sumber: *Ensiklopedi Matematika dan Peradaban Manusia*

Leonardo Fibonacci

Leonardo Fibonacci adalah salah satu ahli matematika terbesar pada abad pertengahan yang berasal dari Itali. Pada tahun 1202, Fibonacci menulis buku Aljabar dan Aritmatika yang salah satu isinya merupakan permasalahan menarik sebagai berikut.

Sepasang kelinci pada saat itu dianggap terlalu muda untuk bereproduksi, sehingga satu bulan kemudian banyaknya kelinci tetap berjumlah satu pasang. Satu bulan berikutnya sepasang kelinci tersebut melahirkan satu pasang anak kelinci dan begitu pula pada bulan-bulan berikutnya. Jika ditetapkan bahwa setiap pasang kelinci hanya melahirkan satu kali maka berapa banyak jumlah kelinci pada setiap bulan?

Ilustrasi permasalahan:



Jika disajikan dalam bentuk angka, ilustrasi di atas menjadi:

1 1 2 3 5 8 . . . .

yang disebut **barisan Fibonacci**.

Pola barisan Fibonacci diperoleh dari aturan berikut.

1 1

1 + 1 = 2

1 + 2 = 3

2 + 3 = 5

3 + 5 = 8

5 + 8 = 13

8 + 13 = 21

. . . dan seterusnya.

Penyelesaian:

a. $\sum_{n=1}^{10} n = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$

b. $\sum_{n=2}^{5} (n - 1)(n + 1) = (2 - 1)(2 + 1) + (3 - 1)(3 + 1) + (4 - 1)(4 + 1) + (5 - 1)(5 + 1)$

$= 1 \,.\, 3 + 2 \,.\, 4 + 3 \,.\, 5 + 4 \,.\, 6 = 50$

c. $\sum_{n=1}^{4} (2^n - 1) = (2^1 - 1) + (2^2 - 1) + (2^3 - 1) + (2^4 - 1)$

$= (2 - 1) + (4 - 1) + (8 - 1) + (16 - 1)$
$= 1 + 3 + 7 + 15 = 26$

2. Sifat-Sifat Notasi Sigma

Notasi sigma memiliki beberapa sifat sebagai berikut.

a. $$\sum_{n=1}^{k} c = \underbrace{c + c + c + \ldots + c}_{\text{sebanyak } k \text{ suku}} = k \times c, \text{ untuk } c \text{ suatu konstanta.}$$

Contoh:

1. $\sum_{n=1}^{3} 2 = 2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6$
2. $\sum_{n=1}^{17} 9 = 17 \times 9 = 133$

b. $$\sum_{n=1}^{k} c \cdot f(n) = c \sum_{n=1}^{k} f(n)$$

Contoh:

1. $\sum_{n=1}^{4} 8n = 8 \sum_{n=1}^{4} n = 8(1 + 2 + 3 + 4) = 8(10) = 80$
2. $\sum_{n=1}^{7} 2(n^2 - 1) = 2 \sum_{n=1}^{7} (n^2 - 1) = 2(0 + 3 + 8 + 15 + 24 + 36 + 48)$

$= 2(134) = 268$

c. $$\sum_{n=1}^{k} f(n) + g(n) = \sum_{n=1}^{k} f(n) + \sum_{n=1}^{k} g(n)$$

Contoh:

$\sum_{n=1}^{2} 2n + 2 = \sum_{n=1}^{2} 2n + \sum_{n=1}^{2} 2$

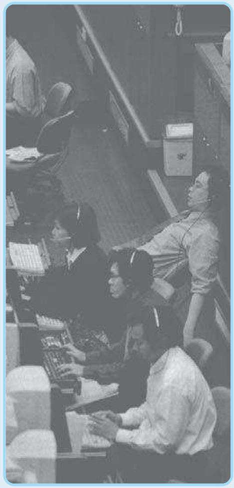
$= ((2 \times 1) + 2 \times 2)) + (2 + 2)$
$= (2 + 4) + (2 + 2) = 6 + 4 = 10$

Sementara itu,

$\sum_{n=1}^{2} 2n + 2 = ((2 \times 1) + 2) + ((2 \times 2) + 2) = (2 + 2) + (4 + 2) = 10$

Jadi, terbukti jawaban benar.

Info



Sumber: *Kompas, 10 Februari 2007*

Kegiatan di Bursa Efek Jakarta

Notasi sigma banyak digunakan dalam ilmu statistika, yaitu cabang ilmu matematika yang mempelajari perhitungan angka-angka guna mengambil suatu keputusan.

d. $$\sum_{n=1}^{k} f(n) = \sum_{n=1}^{r} f(n) + \sum_{n=r+1}^{k} f(n)$$

Contoh:

Buktikan $\sum_{n=1}^{9} 3 = \sum_{n=1}^{4} 3 + \sum_{n=5}^{9} 3$

Ruas kiri:

$$\sum_{n=1}^{9} 3 = 9 \cdot 3 = 27$$

Ruas kanan:

$$\begin{aligned}\sum_{n=1}^{4} 3 + \sum_{n=5}^{9} 3 &= 4 \cdot 3 + 5 \cdot 3\\ &= 12 + 15\\ &= 27\end{aligned}$$

Diperoleh ruas kiri = ruas kanan (terbukti).

e. $$\sum_{n=r}^{s} f(n) = \sum_{n=r+t}^{s+t} f(n-t)$$

Contoh:

Buktikan $\underbrace{\sum_{n=2}^{7} 2n = \sum_{n=1}^{6} 2(n+1)}_{\text{Bukti 1}} = \underbrace{\sum_{n=3}^{8} 2(n-1)}_{\text{Bukti 2}}$

Bukti 1:

Ruas kiri: $$\begin{aligned}\sum_{n=2}^{7} 2n &= 2\sum_{n=2}^{7} n = 2(2+3+4+5+6+7)\\ &= 2(27) = 54\end{aligned}$$

Ruas kanan: $$\begin{aligned}\sum_{n=1}^{6} 2(n+1) &= 2\sum_{n=1}^{6} (n+1)\\ &= 2(2+3+4+5+6+7)\\ &= 2(27)\\ &= 54\end{aligned}$$

Diperoleh ruas kiri = ruas kanan (terbukti).

Bukti 2:

Ruas kiri: $\sum_{n=1}^{6} 2(n+1) = 54$

Ruas kanan: $$\begin{aligned}\sum_{n=3}^{8} 2(n-1) &= 2\sum_{n=3}^{8} (n-1)\\ &= 2(2+3+4+5+6+7)\\ &= 2(27)\\ &= 54\end{aligned}$$

Diperoleh ruas kiri = ruas kanan (terbukti).

f. $$\sum_{n=m}^{k} (f(n)+g(n))^2 = \sum_{n=m}^{k} (f(n)^2 + 2 \cdot f(n) \cdot g(n) + g(n)^2)$$

$$\begin{aligned}&= \sum_{n=m}^{k} f(n)^2 + \sum_{n=m}^{k} 2 \cdot f(n) \cdot g(n) + \sum_{n=m}^{k} g(n)^2\\ &= \sum_{n=m}^{k} f(n)^2 + 2\sum_{n=m}^{k} f(n) \cdot g(n) + \sum_{n=m}^{k} g(n)^2\end{aligned}$$

Perlu Tahu

Perhatikan bahwa:

$\sum_{n=r+t}^{s+t} a(p-t)$, untuk:

$t = 1$ diperoleh:

$\sum_{n=r+1}^{s+1} a(p-1)$

$t = -2$ diperoleh:

$\sum_{n=r-2}^{s-2} a(p+2)$

Contoh:

$$\begin{aligned}\sum_{x=2}^{5}(x-3)^2 &= \sum_{x=2}^{5}x^2 - \sum_{x=2}^{5}6x + \sum_{x=2}^{5}9\\ &= \sum_{x=2}^{5}x^2 - 6\sum_{x=2}^{5}x + \sum_{x=2}^{5}9\\ &= (2^2+3^2+4^2+5^2) - 6(2+3+4+5) + 4\times 9\\ &= (4+9+16+25) - 6(14) + 4\times 9\\ &= 54 - 84 + 36\\ &= 6\end{aligned}$$

Kilas Balik

Pada bab 3 telah dipelajari bentuk kuadrat:

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= (a+b)(a+b)\\ &= a(a+b)+b(a+b)\\ &= a^2+a\cdot b+b\cdot a+b^2\\ &= a^2+a\cdot b+a\cdot b+b^2\\ &= a^2+\ 2a\cdot b+b^2\end{aligned}$$

3. Menyederhanakan Bentuk Sigma

Dengan menggunakan sifat-sifat pada notasi sigma, kita dapat menyederhanakan bentuk sigma seperti pada contoh berikut.

Contoh:

1. $$\begin{aligned}\sum_{n=2}^{7}(2n^2-2n)+\sum_{n=5}^{10}(n-5) &= \sum_{n=2}^{7}(2n^2-2n)+\sum_{n=5}^{10}(n-5)\\ &= \sum_{n=2}^{7}(2n^2-2n)+\sum_{n=5-3}^{10-3}(n+3-5)\\ &= \sum_{n=2}^{7}(2n^2-2n)+\sum_{n=2}^{7}(n-2)\\ &= \sum_{n=2}^{7}(2n^2-2n+n-2)\\ &= \sum_{n=2}^{7}(2n^2-n-2)\end{aligned}$$

2. $$\begin{aligned}\sum_{p=3}^{8}(p^2+8p)-\sum_{p=6}^{11}(-31-6p) &= \sum_{p=3}^{8}(p^2+8p)-\sum_{p=6-3}^{11-3}(-31-6(p+3)\\ &= \sum_{p=3}^{8}(p^2+8p)-\sum_{p=3}^{8}(-31-6p-18)\\ &= \sum_{p=3}^{8}(p^2+8p)-\sum_{p=3}^{8}(-49-6p)\\ &= \sum_{p=3}^{8}(p^2+8p-(-49-6p))\\ &= \sum_{p=3}^{8}(p^2+8p+49+6p)\\ &= \sum_{p=3}^{8}(p^2+14p+49)\\ &= \sum_{p=3}^{8}(p+7)^2\end{aligned}$$

Latihan 2

Kerjakan soal-soal berikut!

1. Nyatakan dalam bentuk penjumlahan!

   a. $\sum_{n=2}^{5} 3 \cdot n$

   b. $\sum_{k=2}^{4} (n - k)^3$

   c. $\sum_{x=5}^{7} (3x + 1)$

   d. $\sum_{k=m}^{n} ak$, dengan a suatu konstanta

2. Nyatakan dengan notasi sigma!

   a. $1 + 4 + 9 + 16 + 25$

   b. $2 + 3 + 4 + 5 + 6$

   c. $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7}$

   d. $3 - 6 + 12 - 24 + \ldots - 96$

   e. $x_1{}^2 + x_2{}^2 + x_3{}^2 + x_4{}^2 + \ldots + x_n{}^2$

   f. $4 + 8 + 16 + 32 + 64 + \ldots + 512$

3. Sederhanakan bentuk berikut menjadi satu notasi sigma!

   a. $\sum_{p=1}^{m} (3p - 2)^2 - \sum_{p=1}^{m} (p^2 + 1)$

   b. $\sum_{p=1}^{3} 3p + p^2 - \sum_{p=3}^{5} p^3 - 2p$

4. Buktikan bahwa:

$$\sum_{p=-3}^{6} (2p + 3)^2 = 4 \sum_{p=2}^{11} p^2 + 6 \sum_{p=2}^{11} p + 9$$

5. Sebuah tumpukan kaleng pembasmi hama disusun membentuk segitiga sama sisi dengan n buah kaleng pada tiap sisinya. Nyatakan banyaknya kaleng dalam notasi sigma jika terdiri atas n tumpukan!

Kegiatan Belajar 2

Barisan dan Deret Aritmatika

Seorang supir mobil ambulans mencatat jumlah bensin yang telah digunakan dan jarak yang telah ditempuh oleh ambulans. Catatan dari sopir mobil ambulans tersebut yaitu, dengan bensin sebanyak 12 liter maka ambulans dapat menempuh jarak 85 km. Jika pada awal supir mobil ambulans mencatat angka yang ditunjukkan oleh pengukur jarak pada mobil ambulans adalah 23.215 dan bensin yang telah digunakan sebanyak 108 liter, tentukan total jarak yang telah ditempuh oleh mobil ambulans tersebut. Untuk dapat menyelesaikan permasalahan tersebut, terlebih dahulu kita pelajari uraian berikut.

Sumber: *http://www.photobucket.com*

Ambulans

Uraian Materi

A. Barisan Aritmatika

Barisan aritmatika adalah suatu barisan dengan beda antara dua suku yang berurutan selalu tetap. Dengan kata lain, barisan U_1, U_2, U_3, . . ., disebut barisan aritmatika jika:

$U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = U_4 - U_3 = U_n - U_{n-1} = \textbf{konstanta}$, yang selanjutnya disebut **beda**.

Misalkan $U_1 = a$ dan beda $= b$ maka barisan aritmatika dapat dinyatakan sebagai:

$a, a + b, a + 2b, \ldots, a + (n - 1)b$

Jadi, rumus suku ke-n barisan aritmatika adalah:

$$U_n = a + (n - 1)b$$

Intisari

Suku awal dinotasikan a.
Selisih dua suku disebut beda, dinotasikan b.
Suku ke-n dinotasikan U_n dengan $U_n = a + (n - 1)b$.

Contoh:

1. Tentukan suku ke-35 dari barisan aritmatika 2, 8, 14, ...

   Penyelesaian:

   $a = 2$, $b = 8 - 2 = 6$, $n = 35$

   Jadi, $U_{35} = a + (n - 1)b$
   $= 2 + ((35 - 1) \cdot 6)$
   $= 2 + (34 \times 6) = 2 + 204 = 206$

2. Tentukan suku ke-21 jika diketahui suku ke-5 dan suku ke-9 barisan aritmatika adalah 35 dan 43!

   Penyelesaian:

   Dari $U_n = a + (n - 1)b$, diperoleh:

   $U_5 = a + 4b = 35$ . . . (1)
   $U_9 = a + 8b = 43$ . . . (2)

   Eliminasi a dari persamaan (1) dan persamaan (2):

$$\begin{aligned} a + 4b &= 35 \\ a + 8b &= 43 \quad - \\ \hline -4b &= -8 \\ \Leftrightarrow \quad b &= 2 \end{aligned}$$

Substitusi $b = 2$ pada persamaan (2):

$$a + 8b = 43$$
$$\Leftrightarrow \quad a + (8 \times 2) = 43$$
$$\Leftrightarrow \quad a = 43 - 16$$
$$\Leftrightarrow \quad a = 27$$

Jadi, $U_{21} = 27 + (21 - 1)2 = 67$

Aplikasi

Untuk mengolah tanah pertanian disediakan cakram bajak yang ukuran diameternya masing-masing membentuk barisan aritmatika: 12, 18, 24, . . ., 72.

Tentukan banyaknya cakram bajak yang disediakan!

Penyelesaian:

$a = 12$; $b = 18 - 12 = 6$; $U_n = 72$.

$U_n = a + (n - 1)b$

$72 = 12 + (n - 1)b$

$\Leftrightarrow \quad 72 = 12 + (n - 1)6$

$\Leftrightarrow \quad 72 = 12 + 6n - 6$

$\Leftrightarrow \quad 6n = 72 - 12 + 6$

$\Leftrightarrow \quad 6n = 66$

$\Leftrightarrow \quad n = 11$

Jadi, cakram bajak yang disediakan sebanyak 11 buah.

B. Deret Aritmatika

Deret aritmatika adalah jumlah suku-suku barisan aritmatika. Jika $U_1, U_2, U_3, \ldots, U_n$ merupakan barisan aritmatika maka $U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n$ disebut **deret aritmatika**, dengan U_n adalah suku ke-n dari deret tersebut.

Jika S_n menotasikan jumlah n suku pertama deret aritmatika $U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n$ maka:

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n$$

Sn dapat diperoleh dengan cara sebagai berikut.

$$\begin{array}{l} S_n = U_n + (U_n - b) + (U_n - 2b) + \ldots + a \\ S_n = \;\; a + \;\; (a + b) + \;\; (a + 2b) + \ldots + U_n \quad + \\ \hline 2S_n = (a + U_n) + (a + U_n) + (a + U_n) + \ldots + (a + U_n), \text{ sebanyak } n \text{ suku.} \\ 2S_n = n(a + U_n) \end{array}$$

Jadi, $S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$ atau $S_n = \frac{n}{2}[a + a + (n - 1)\, b] = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)b]$.

Contoh:

1. Hitunglah jumlah 11 suku pertama dari deret 3, 7, 11, 14, ...

   Penyelesaian:

   $a = 3$, $b = 4$, $n = 11$

   $$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)4]$$
   $$S_n = \frac{11}{2}[2 \times 3 + (11 - 1)4]$$
   $$= \frac{11}{2}(6 + 40)$$
   $$= \frac{11}{2}(46) = 253$$

Info

Pada barisan aritmatika, jika banyaknya suku adalah ganjil maka suku tengahnya (dinotasikan U_t) dapat dicari dengan rumus:

$U_t = \frac{1}{2}(U_1 + U_n)$ dengan $n = 2t - 1$.

Contoh:

Tentukan suku tengah dari: 23, 27, 31, . . . 47.

Jawab:

$a = 23$, $b = 4$, $U_n = 47$

$U_n = a + (n - 1) \cdot 4$

$24 = (n - 1) \cdot 4$

$6 = n - 1 \Leftrightarrow n = 7$

$n = 2t - 1$

$7 = 2t - 1$

$2t = 8$

$t = 4$

Diperoleh:

$U_t = \frac{1}{2} \cdot (U_1 + U_n)$

$U_t = \frac{1}{2} \cdot (23 + 47)$

$= \frac{1}{2} \cdot (70) = 35$

Jadi, suku tengahnya adalah U_4 yaitu 35.

2. Hitunglah jumlah deret: 4 + 9 + 14 + . . . + 104!

Penyelesaian:

$a = 4$, $b = 5$, $U_n = 104$

dari $U_n = a + (n - 1)b$, diperoleh

$$\begin{aligned}
104 &= 4 + (n - 1)5 \\
104 - 4 &= (n - 1)5 \\
100 &= 5n - 5 \\
5n - 5 &= 100 \\
5n &= 105 \\
n &= 21
\end{aligned}$$

Jadi, $S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$

$= \frac{21}{2}(4 + 104) = 1.134$

3. Tentukan jumlah semua bilangan asli antara 1 dan 100 yang habis dibagi 3!

Penyelesaian:

Barisan bilangan asli antara 1 dan 100: 1, 2, 3, 4, 5, ...

Barisan bilangan asli antara 1 dan 100 yang habis dibagi 3: 3, 6, 9, 12, . . .

Jadi, barisan bilangan asli antara 1 dan 100 yang habis dibagi 3 ialah 3, 6, 9, 12, . . ., 99.

Sehingga deret yang dimaksud adalah 3 + 6 + 9 + . . . + 99.

$a = 3$, $b = 3$, $U_n = 99$

dari $U_n = a + (n - 1)b$

diperoleh:

$$\begin{aligned}
& 99 = 3 + (n - 1)3 \\
\Leftrightarrow\ & 99 - 3 = (n - 1)3 \\
\Leftrightarrow\ & 96 = 3n - 3 \\
\Leftrightarrow\ & 3n - 3 = 96 \\
\Leftrightarrow\ & 3n = 99 \\
\Leftrightarrow\ & n = 33
\end{aligned}$$

Jadi, $S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$

$= \frac{33}{2}(3 + 99)$

$= 1.683$

Intisari

$$\begin{aligned}
S_n &= U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_{n-2} + U_{n-1} + U_n \\
&= U_n + U_{n-1} + U_{n-2} + \ldots + U_1 \\
&= U_n + (U_n - b) + (U_n - 2b) + \ldots + a
\end{aligned}$$

Diperoleh:

$$\begin{aligned}
S_n &= U_n + (U_n - b) + (U_n - 2b) + \ldots + a \\
S_n &= a + (a + b) + (a + b) + \ldots + U_n \quad + \\
\hline
2S_n &= (a + U_n) + (U_n - b + a + b) + (U_n - 2b + a + 2b) + \ldots + (a + U_n) \\
2S_n &= \underbrace{(a + U_n) + (a + U_n) + (a + U_n) + \ldots + (a + U_n)}_{\text{sebanyak } n \text{ suku}}
\end{aligned}$$

Jadi, $2S_n = n(a + U_n)$

$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$

Aplikasi

Sebuah traktor mempunyai 40 liter solar pada tangkinya. Jika pada setiap 3 km solar berkurang 0,125 liter, tentukan sisa solar pada tangki jika traktor telah berjalan sejauh 60 km.

Penyelesaian:

Permasalahan solar pada traktor merupakan deret aritmatika, dengan $a = 0$; $b = 0{,}125$; $n = 60 : 3 = 20$

$$\begin{aligned}
U_{20} &= a + 19 \cdot b \\
&= 0 + 19 \cdot 0{,}125 \\
&= 2{,}375 \\
S_{20} &= 10 + (a + U_{20}) \\
&= 10 + (0 + 2{,}375) \\
&= 12{,}375
\end{aligned}$$

Solar yang digunakan untuk menempuh jarak 60 km adalah 12,375 liter.

Sisa solar = 40 – 12,375

= 27,625

Jadi, sisa solar 27,625 liter.

Info

Mencari Umur Pohon

Sumber: *Ensiklopedia Matematika dan Peradaban Manusia*

Batang pohon yang diiris melintang

Setiap tahun, seiring pohon tumbuh, batangnya membesar dalam lingkaran-lingkaran yang memusat (konsentris). Lapisan yang berurutan ini lebarnya berbeda-beda tergantung dengan cuaca. Keliling batang itu rata-rata bertambah sebesar 2,5 cm (1 inci) setiap tahun. Beberapa pohon tidak mengikuti ketentuan ini. Kayu merah dan cemara tumbuh lebih cepat, sedangkan pohon yes, jeruk, *horse-chestnut* tumbuh lebih lambat. Pohon palem sama sekali tidak mengikuti pola ini.

Latihan 3

Kerjakan soal-soal berikut!

1. Tentukan suku ke-55 dari barisan 5, 9, 13, 17, . . . !
2. Tentukan suku ke-63 dari barisan 10, 7, 4, 1, . . . !
3. Tentukan suku ke-20 jika diketahui suku ke-5 dan suku ke-8 barisan aritmatika adalah masing-masing 27 dan 42!
4. Suku ke-10 barisan aritmatika adalah –60 dan suku ke-3-nya adalah –11, tentukan suku ke-21-nya!
5. Tentukan banyaknya bilangan yang habis dibagi 5 antara 1 sampai dengan 100!
6. Hitunglah jumlah 30 suku pertama dari deret 4 + 7 + 10 + 13 + . . . !
7. Hitunglah jumlah deret 15 + 10 + 5 + . . . + 200!
8. Tentukan suku pertama dan beda dari deret aritmatika jika diketahui $S_{15} = 150$ dan $U_{15} = 24$!
9. Sebuah kawat panjangnya 105 cm dipotong menjadi 6 bagian. Apabila potongan kedua 5 cm lebih panjang dari potongan pertama, potongan ketiga 5 cm lebih panjang dari potongan kedua, dan seterusnya, tentukan panjang kawat potongan pertama dan terakhir!
10. Sebuah perusahaan agroindustri menargetkan peningkatan jumlah produksi 750 kg hasil pertanian per bulan. Jika pada bulan Februari 2006 produksinya telah mencapai 45.000 kg, tentukan produksi pada bulan Desember 2006 dan jumlah produksi selama periode tersebut!

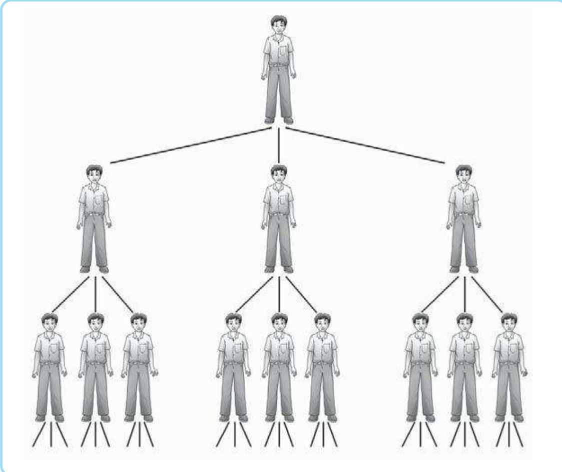
Kegiatan Belajar 3

Barisan dan Deret Geometri

Suatu perusahaan menerapkan sistem pemasaran berjenjang (*Multi Level Marketing*) yang dikembangkan dengan ketentuan bahwa setiap anggota pada suatu jenjang harus memiliki tiga orang anggota pada jenjang di bawahnya. Dengan asumsi semua anggota dapat memenuhi syarat yang ditentukan oleh perusahaan maka banyaknya anggota pada setiap jenjang sebagai berikut.

1, 3, 9, 27, 81, 243, . . .

Susunan bilangan di atas adalah sebuah contoh barisan bilangan. Dengan mengetahui pola bilangan dalam barisan tersebut kita dapat menentukan banyaknya anggota pada jenjang-jenjang berikutnya serta jumlah seluruh anggota jaringan sampai jenjang tertentu. Untuk mengetahui cara menghitungnya terlebih dahulu kita pelajari uraian berikut.



Sumber: *Dokumentasi SMK*

Ilustrasi prosedur anggota perusahaan Multi Level Marketing

Uraian Materi

A. Barisan Geometri

Barisan geometri adalah suatu barisan dengan perbandingan antara dua suku yang berurutan selalu tetap. Barisan U_1, U_2, U_3, . . ., disebut **barisan geometri** jika:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} = \frac{U_4}{U_3} = \ldots = \frac{U_n}{U_{n-1}} = \textbf{konstanta}$$

yang selanjutnya disebut ***rasio***.

Misalkan $U_1 = a$ dan rasio $= r$ maka barisan geometri dapat dinyatakan sebagai:

$a, ar, ar^2, \ldots, ar^{n-1}$

Jadi, rumus suku ke-n barisan geometri adalah:

$$U_n = a \cdot r^{n-1}$$

Contoh:

1. Tentukan suku ke-6 dari barisan geometri 2, 4, 8, ...

   Penyelesaian:

   Diketahui: $a = 2$, $r = 2$, $n = 6$

   $U_n = ar^{n-1}$

   Jadi, $U_6 = 2 \cdot 2^{6-1} = 2 \cdot 2^5 = 2(32) = 64$

2. Tentukan suku ke-7 dari barisan geometri 27, 9, 3, ...

   Penyelesaian:

   Diketahui: $a = 27$, $r = \frac{1}{3}$, $n = 7$

   $U_n = a \cdot r^{n-1}$

   Jadi, $U_7 = 27 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{7-1} = 27 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^6 = 27 \cdot \frac{1}{729} = \frac{1}{27}$

3. Pada suatu barisan geometri diketahui $U_3 = 2$ dan $U_6 = \frac{1}{4}$. Tentukan suku ke-8!

Penyelesaian:

Dari $U_n = ar^{n-1}$ diperoleh:

$U_3 = ar^2 = 2 \quad \ldots (1)$

$U_6 = ar^5 = \frac{1}{4} \quad \ldots (2)$

Substitusikan persamaan (1) ke persamaan (2):

$$\frac{2}{r^2} \cdot r^5 = \frac{1}{4} \qquad\qquad ar^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow 2r^3 = \frac{1}{4} \qquad\qquad a\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow r^3 = \frac{1}{8} \qquad\qquad a \cdot \frac{1}{4} = 2$$

$$\Leftrightarrow r = \frac{1}{2} \qquad\qquad a = 8$$

Jadi, $U_8 = a \cdot r^7 = 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7 = 8 \cdot \left(\frac{1}{128}\right) = \frac{1}{16}$.

Kilas Balik

Operasi pada bilangan berpangkat telah kita pelajari pada bab 1, antara lain:

$$\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$$

Aplikasi

Seorang perawat mencatat penggunaan cairan infus seorang pasien. Saat dicatat, volume cairan infus adalah 8 cm^3. Setelah satu menit volume cairan infus menjadi 7 cm^3. Pada menit kedua volumenya menjadi $\frac{49}{8}$. Tentukan volume cairan infus pada menit ke-4!

Penyelesaian:

Diketahui: $a = 8$ cm^3

$r = \frac{7}{8}$

$n = 4$

Diperoleh: $U_4 = a \cdot r^3$

$$= 8 \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^3$$

$$= 8 \cdot \left(\frac{7}{8} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{7}{8}\right) = \frac{343}{64}$$

Jadi, volume cairan infus pada menit ke-4 adalah $\frac{343}{64}$ cm^3.

B. Deret Geometri

Deret Geometri adalah jumlah suku dari barisan geometri. Jika suku-suku barisan geometri $a, ar, ar^2, \ldots, ar^{n-1}$ dijumlahkan maka diperoleh deret geometri:

$$S_n = a + ar + ar^2 + \ldots + ar^{n-1}$$

atau

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} (ar^{n-1})$$

Untuk mendapatkan jumlah n suku pertama deret geometri adalah:

$$
\begin{array}{rl}
S_n & = a + ar + ar^2 + \ldots + ar^{n-1} \\
rS_n & = \phantom{a + {}} ar + ar^2 + ar^3 + \ldots + ar^n \\
\hline
(1-r)S_n & = a + 0 + 0 + 0 + \ldots + 0 - ar^n \\
(1-r)S_n & = a(1-r^n)
\end{array} \; -
$$

Jadi, $S_n = \dfrac{a \cdot (r^n - 1)}{r - 1} \rightarrow$ untuk $r \neq 1$ dan $r > 1$

atau

$S_n = \dfrac{a \cdot (1 - r^n)}{1 - r} \rightarrow$ untuk $r \neq 1$ dan $r < 1$

Contoh:

1. Hitunglah jumlah deret geometri 3 + 6 + 12 + . . . + 384!

Penyelesaian:

$a = 3$, $r = 2$, $U_n = 384$

$U_n = a \cdot r^{n-1}$

$$
\begin{array}{rrl}
 & a \cdot r^{n-1} & = 384 \\
\Leftrightarrow & 3 \cdot 2^{n-1} & = 384 \\
\Leftrightarrow & 2^{n-1} & = 128 \\
\Leftrightarrow & 2^{n-1} & = 2^7 \\
\Leftrightarrow & n - 1 & = 7 \\
\Leftrightarrow & n & = 8
\end{array}
$$

$$S_8 = \frac{3 \cdot (2^8 - 1)}{2 - 1} = 3 \cdot (255) = 765$$

2. Hitunglah jumlah 7 suku pertama dari deret geometri 4 + 2 + 1 + ...

Penyelesaian:

$a = 4$, $r = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$$S_7 = \frac{4\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^7\right)}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{4\left(1 - \frac{1}{128}\right)}{\frac{1}{2}} = 8 \cdot \frac{127}{128} = \frac{1.016}{128} = 7\frac{15}{16}$$

Aplikasi

Sebuah ban sepeda motor elastis dijatuhkan dari sebuah bukit pada bidang datar dengan ketinggian 15 m. Jika pantulan ban selanjutnya setinggi $\frac{4}{5}$ dari tinggi sebelumnya, tentukan jumlah lintasan ban setelah memantul selama 3 kali!

Penyelesaian:

Permasalahan ban memantul merupakan deret geometri dengan $a = 15$ m; $r = \frac{4}{5}$; $n = 3$.

Diperoleh: $S_n = \dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$

$$= \frac{15\left(1-\left(\frac{4}{5}\right)^3\right)}{\left(1-\frac{4}{5}\right)}$$

$$= \frac{15(1-0,512)}{1-\frac{4}{5}}$$

$$= \frac{15(0,488)}{\frac{1}{5}}$$

$$= 7,32 \times 5$$
$$= 36,6$$

Jadi, jumlah lintasan yang dilalui ban setelah memantul selama 3 kali adalah 36,6 m.

C. Deret Geometri Tak Hingga

Deret geometri tak hingga adalah deret geometri yang banyak sukunya tak berhingga. Deret tak hingga ada dua jenis sebagai berikut.

1. Deret Geometri Tak Hingga Konvergen

Deret geometri tak hingga konvergen adalah suatu deret geometri dengan $-1 < r < 1$ atau $|r| < 1$. Jumlah deret geometri tak hingga konvergen dirumuskan dengan nilai pendekatan:

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}$$

Contoh:

Tentukan jumlah deret geometri tak hingga $2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ldots$.

Penyelesaian:

$a = 2$, $r = \frac{1}{2}$ (konvergen)

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}$$

$$_\infty = \frac{2}{1-\frac{1}{2}} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

Info

Di dalam matematika dikenal bilangan tak hingga, dinotasikan ∞ dan bilangan negatif tak hingga, dinotasikan $-\infty$.

Perlu Tahu

Sebuah deret dikatakan konvergen jika mempunyai rasio tetap.

2. Deret Geometri Tak Hingga Divergen

Deret geometri tak hingga divergen adalah deret geometri dengan $r > 1$ atau $r < -1$ atau $|r| > 1$.

Jumlah deret geometri tak hingga divergen tidak didefinisikan.

Contoh:

Deret tak hingga divergen

a. $1, -\frac{1}{3}, 2, \frac{-2}{3}, 3, -\frac{4}{3}, \ldots$

b. $10, 5, 3, 2, 1, \frac{1}{2}, \ldots$

Info

Suatu deret tak hingga dikatakan divergen jika antarkedua sukunya tidak mempunyai rasio yang sama.
Contoh:

$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \ldots, \frac{1}{n}$

Aplikasi

Sebuah bola dijatuhkan dari ketinggian 81 meter. Lalu memantul kembali setinggi $\frac{2}{3}$ dari ketinggian semula, begitu seterusnya. Tentukan jarak lintasan bola sampai bola tersebut berhenti!

Penyelesaian:

Saat bola tersebut turun: 8 + 54 + 36 + . . .

Diketahui: $a = 81$; $r = \frac{2}{3}$

$$S_\infty = \frac{81}{1-\frac{2}{3}} = \frac{81}{\frac{1}{3}} = 243 \text{ m}$$

Diperoleh: saat bola tersebut naik: 54 + 36 + 24 + . . .

Diketahui: $a = 54$; $r = \frac{2}{3}$

$$S_\infty = \frac{54}{1-\frac{2}{3}} = \frac{54}{\frac{1}{3}} = 162 \text{ m}$$

Diperoleh jarak lintasan bola tersebut berhenti adalah panjang lintasan saat bola turun ditambah panjang lintasan saat bola naik.

$S_\infty = 243 + 162 = 405$

Jadi, jarak lintasan bola hingga berhenti sejauh 405 m.

Latihan 4

Kerjakan soal-soal berikut!

1. Tentukan tiga suku berikutnya dari barisan geometri berikut!
   a. 1, –3, 9, –27, . . .
   b. 100, 50, 25, . . .
   c. 5, 15, 45, . . .
   d. $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \ldots$
2. Tentukan rumus ke-n dari barisan geometri di bawah ini!
   a. 1, 2, 4, . . .
   b. 12, 6, 3, . . .
   c. –1, 2, –4, . . .
   d. $27, -9\sqrt{3}, 9, -3\sqrt{3}, \ldots$
   e. 8, 4, 2, . . .
3. Tentukan suku yang diminta dari barisan geometri di bawah ini!
   a. U_8 dari barisan: 2, 6, 18, . . .
   b. U_5 dari barisan: 1, -2, 4, . . .
   c. U_6 dari barisan: 1, 3, 9, . . .
   d. U_7 dari barisan: 5,-15, 45, . . .
4. Tentukan suku ke-10 dari barisan geometri yang diketahui suku pertamanya 6 dan suku keempatnya –48!

5. Tentukan suku ke-6 dari suatu barisan geometri yang diketahui $U_2 = -20$ dan $U_4 = -5$!
6. Tentukan jumlah 9 suku pertama suatu deret geometri $2 + 4 + 8 + \ldots$!
7. Tentukanlah jumlah tujuh suku pertama dari deret geometri diketahui: $1 - 3 + 9 - 27 + \ldots$!
8. Tentukan jumlah 5 suku pertama suatu deret geometri yang diketahui $U_3 = 16$ dan $U_6 = 1.024$!
9. Suku pertama deret geometri adalah 7 dan rasionya $\frac{2}{7}$, tentukan jumlah sampai tak hingga!
10. Sebuah bola dijatuhkan tegak lurus dari ketinggian 4 meter dan setiap kali memantul tingginya $\frac{3}{4}$ tinggi semula. Tentukan panjang lintasan yang dilalui bola sampai berhenti!

Rangkuman

1. Barisan bilangan adalah urutan bilangan yang diatur mengikuti pola atau formula tertentu.
2. Pola barisan aritmatika suku ke-n dinyatakan $U_n = a + (n - 1)b$, a = suku awal, b = beda.
   Pola barisan geometri suku ke-n dinyatakan $U_n = ar^{n-1}$, a = suku awal, r = pembanding atau ratio.
3. Deret aritmatika dinyatakan $S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n$
   bila $U_n = a + (n - 1)b$ maka $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b)$ atau $S_n = \frac{n}{2}(a + \ell)$,
   ℓ = suku terakhir.
4. Deret geometri dinyatakan $S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n$
   $U_n = ar^{n-1}$ maka $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$ bila $|r| < 1$ dan deret turun tak hingga
   maka $S_\infty = \frac{a}{1 - r}$.
5. Secara umum jumlah deret S_n maka terdapat hubungan bahwa $S_n - S_{(n-1)} = U_n$ dan untuk deret aritmatika $U_n - U_{(n-1)} = b$ (beda). Untuk deret geometri $U_n = U_{(n-1)} = r$ (ratio).
6. Notasi sigma
   a. $\sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n$
   b. $\sum_{k=1}^{n} c = n \times c$ untuk c konstan
   c. $c \times \sum_{k=1}^{n} a_k = \sum_{k=1}^{n} c \times a_k$
   d. $\sum_{k=1}^{n} (a_k + b_k) = \sum_{k=1}^{n} a_k + \sum_{k=1}^{n} b_k$
   e. $\sum_{k=1}^{n} (1+i)^k = (1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 + \ldots + (1+i)^n$
   f. $\sum_{k=1}^{n} (1+i)^{-k} = (1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + (1+i)^{-3} + \ldots + (1+i)^{-n}$

Evaluasi Kompetensi

A. *Pilihlah jawaban yang tepat!*

1. Nilai dari $\sum_{n=1}^{5} 2^n$ adalah . . . .
   a. 10
   b. 26
   c. 62
   d. 64
   e. 128

2. Rumus suku ke-n dari barisan bilangan: 3, 8, 15, 24 adalah . . . .
   a. $U_n = n + 2$
   b. $U_n = 2n^2 + 2$
   c. $U_n = n^2 + 2n$
   d. $U_n = 2n^2 + 2$
   e. $U_n = 2n^2$

3. Beda dari barisan $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{5}{6}, \frac{8}{6}, \frac{10}{6}$ adalah . . . .
   a. 2
   b. $\frac{3}{5}$
   c. $\frac{2}{3}$
   d. $\frac{1}{2}$
   e. $\frac{1}{3}$

4. Seorang petani jeruk mencatat hasil panennya selama 11 hari pertama. Setiap harinya mengalami kenaikan tetap, yaitu dimulai hari pertama, kedua, ketiga berturut-turut 15 kg, 19 kg, 23 kg, dan seterusnya. Jumlah panen selama 11 hari pertama adalah . . . .
   a. 260 kg
   b. 271 kg
   c. 285 kg
   d. 385 kg
   e. 405 kg

5. Suatu perusahaan pada tahun pertama memproduksi 5.000 unit barang. Pada tahun-tahun berikutnya jumlah produksi turun secara tetap sebesar 80 unit per tahun. Perusahaan tersebut memproduksi 3.000 unit barang pada tahun ke . . . .
   a. 24
   b. 25
   c. 26
   d. 27
   e. 28

6. Rasio dari barisan bilangan 2, $\frac{2}{3}, \frac{2}{9}, \frac{2}{27}$ adalah . . . .
   a. $\frac{1}{4}$
   b. $\frac{1}{3}$
   c. $\frac{1}{2}$
   d. 1
   e. $\frac{3}{2}$

7. Suku pertama suatu barisan geometri adalah 16 dan suku ke-3 adalah 36, besar suku ke-5 adalah . . . .
   a. 81
   b. –52
   c. –46
   d. 46
   e. 46

8. Diketahui deret geometri dengan suku pertama 4 dan suku ke-5 adalah 324. Jumlah delapan suku pertama deret tersebut adalah . . . .
   a. 6.174
   b. 6.074
   c. 5.974
   d. 3.087
   e. 3.078

9. Jumlah deret tak hingga dari barisan geometri dengan rasio $\frac{1}{2}$ adalah 12. Suku awal barisan tersebut adalah . . . .
   a. 3
   b. 4
   c. 5
   d. 6
   e. 8

10. Diberikan barisan geometri: 18, 12, 8 . . . . Jumlah tak hingga dari barisan geometri tersebut adalah . . . .
   a. 54
   b. 52
   c. 48
   d. 40
   e. 36

B. ***Kerjakan soal-soal berikut!***

1. Suku pertama dari barisan aritmatika adalah 4, sedangkan bedanya –3. Tentukan suku ke berapa yang nilainya sama dengan –68!
2. Gaji seorang karyawan rumah sakit setiap bulan dinaikkan sebesar Rp5.000,00. Jika gaji pertama karyawan rumah sakit tersebut Rp100.000,00, hitunglah jumlah gaji selama satu tahun pertama!
3. Tentukan suku ke-8 barisan geometri: 4, 2, 1, . . . !
4. Tentukan U_{n+4}, jika dari suatu barisan geometri diketahui: $U_n = 12$ dan $U_{n+3} = 96$!
5. Seorang nenek yang menjalani terapi medis dalam 1 jam pertama dapat berjalan sejauh 8 km. Dalam 1 jam kedua mampu menempuh 4 km, dan seterusnya. Setiap jam berikutnya ia menempuh jarak $\frac{1}{2}$ dari jarak 1 jam sebelumnya. Hitunglah jarak paling jauh yang dapat ditempuh oleh nenek tersebut!